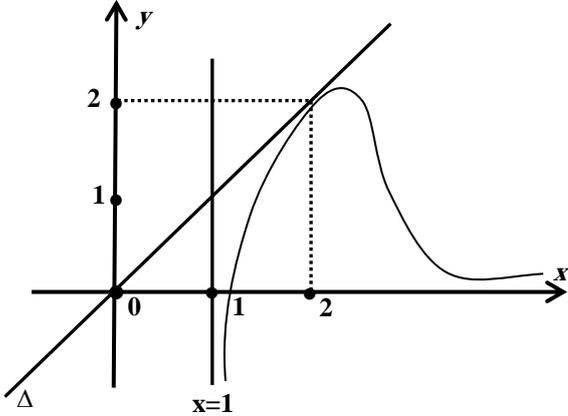


(٤٠ درجة لكل سؤال)



أولاً: أجب عن كل الأسئلة الأربعة الآتية:

السؤال الأول: في الشكل المجاور C خط بياني للتابع f و Δ مماس

١. أوجد $\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x)$, $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$

و اكتب معادلة كل مقارب أفقي أو شاقولي للخط C .

٢. أوجد $f'(2)$, $f(2)$

٣. اكتب معادلة Δ .

السؤال الثاني: أثبت أن المتتاليتان: $u_n = \frac{2n}{n-1}$, $v_n = \frac{6n}{3n+4}$ متجاورتان.

السؤال الثالث: لتكن النقطتان A, B اللتان تمثلهما الأعداد العقدية $z_A = -2 + i$, $z_B = 3 - 2i$

وليكن $P(z) = z^2 + (-1 + i)z + (-4 + 7i)$ والمطلوب:

١. أثبت أن z_A جذر للمعادلة $P(z) = 0$ واستنتج الجذر الآخر.

٢. جد العدد العقدي z' الممثل للنقطة A' صورة النقطة A وفق الدوران الذي مركزه النقطة B وزاويته $\frac{\pi}{2}$

٣. اكتب العدد z' بالشكل الأسّي ثم احسب العدد العقدي z_D الذي يمثل النقطة D التي تجعل $ABA'D$ مربعاً.

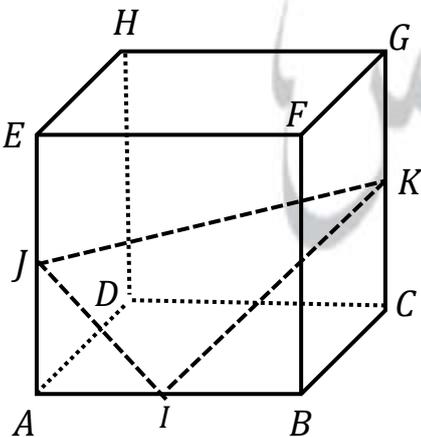
السؤال الرابع:

١. لتكن Ω مجموعة النقاط $M(z)$ التي تحقق أن: $z = \frac{3i\bar{z}+5}{\bar{z}+3i}$ حيث $z \neq 3i$

بافتراض أن $z = x + iy$ عين مجموعة النقاط Ω .

٢. اكتب العدد العقدي $z = \frac{(1+i)^4 + (1-i)^4}{-4i}$ بالشكل الأسّي.

(٦٠ درجة لكل سؤال)



ثانياً: حل التمارين الأربعة الآتية:

التمرين الأول: في الشكل الآتي مكعب طول ضلعه 2

فيه النقطة J منتصف AE ، والنقطة K منتصف CG

والنقطة I منتصف AB ، والمطلوب:

أولاً: عين موقع النقاط P, Q التي تحقق العلاقات:

$$\overrightarrow{AP} = \overrightarrow{BC} + \frac{1}{2} \overrightarrow{DC} - \frac{1}{2} \overrightarrow{GC}, \quad \overrightarrow{AQ} = \overrightarrow{AB} + \frac{1}{2} \overrightarrow{BC} + \frac{1}{2} \overrightarrow{BG}$$

ثانياً: في معلم متجانس $(A, \frac{1}{2} \overrightarrow{AB}, \frac{1}{2} \overrightarrow{AD}, \frac{1}{2} \overrightarrow{AE})$

احسب طول كل من JI, JK ، ثم احسب الجداء السلمي $\vec{JI} \cdot \vec{JK}$

واحسب: $\cos(\widehat{IJK})$ ، واستنتج الزاوية (\widehat{IJK})

التمرين الثاني: متتالية معرفة وفق: $u_n = \sqrt{n+1} - \sqrt{n}$ ، و المطلوب:

1. أثبت أن $u_n = \frac{1}{\sqrt{n+1} + \sqrt{n}}$

2. بفرض أن $S_n = 1 + \frac{1}{\sqrt{2}+1} + \frac{1}{\sqrt{3}+\sqrt{2}} + \dots + \frac{1}{\sqrt{n}+\sqrt{n-1}}$ أكتب S_n بدلالة n .

3. احسب نهاية S_n .

التمرين الثالث: ليكن التابع f المعرفة على $\mathbb{R} \setminus \{-1\}$ وفق: $f(x) = \frac{x^2 - 4}{x + 1}$

1. أوجد $f'(x)$.

2. استنتج مشتق التابع $g(x) = \frac{\sin^2 x - 4}{\sin x + 1}$.

3. اكتب $f(x)$ بالصيغة $f(x) = ax + b + \frac{c}{x+1}$ ، و استنتج معادلة المقارب المائل للخط البياني للتابع f .

التمرين الرابع: في معلم متجانس $(O; \vec{u}, \vec{v})$ لتكن الأعداد $a = 2$ ، $b = -2$ ، $m = 2e^{i\frac{\pi}{3}}$

التي تمثل النقاط A ، B ، M ، و المطلوب :

1. اكتب ما يلي بالشكل الجبري $\frac{e^{i\frac{\pi}{3}} - 1}{e^{i\frac{\pi}{3}} + 1}$.

2. مثل النقاط السابقة في معلم مناسب و برهن أن النقاط A ، B ، M تقع على دائرة واحدة عين مركزها و نصف قطرها.

3. احسب الأعداد العقدية a' ، b' ، m' التي تمثل النقاط A' ، B' ، M' صور النقاط A ، B ، M

وفق الانسحاب T الذي شعاعه \vec{OM} .

4. أوجد ناتج $\frac{m' - a'}{m - b}$ و استنتج أن المستقيمان $(A'M')$ ، (BM) متعامدان وأن $BM = \sqrt{3} A'M'$

(١٠٠ درجة لكل مسألة)

ثالثاً: حل كل من المسألتين الآتيتين:

المسألة الأولى: C الخط البياني للتابع f المعرفة على \mathbb{R} وفق: $f(x) = \sqrt{x^2 + 4} + x$

1. أوجد نهاية f عند $(+\infty)$ و عند $(-\infty)$ ، و استنتج معادلة المقارب الأفقي للخط C .

2. أثبت أن المستقيم $(\Delta: y = 2x)$ مقارب للخط C .

3. ادرس الوضع النسبي للخط C و المقارب Δ

3. ادرس تغيرات التابع f و نظم جدولاً بها.

4. ارسم كل مقارب وجدته ، و ارسم C .

المسألة الثانية: في معلم متجانس $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ لتكن النقاط:

$A(1, -1, -1)$ ، $B(0, -1, 0)$ ، $C(2, 7, 2)$ ، $D(3, -3, 2)$

1. اثبت أن النقاط A, B, C تعين مستوي وحيد P .

2. ادرس الارتباط الخطي للأشعة \vec{AD} ، \vec{AB} ، \vec{AC} ، هل النقاط A, B, C, D تقع في مستوي واحد؟ و لماذا؟

3. إذا علمت أن المستوي P يقبل $\vec{n}(2, -1, 2)$ شعاعاً ناظماً له ، اكتب معادلة المستوي P و احسب بعد D عنه.

4. اكتب معادلة الكرة التي مركزها D وتمس المستوي P .

5. اكتب معادلة المستوي المحوري للقطعة المستقيمة $[BC]$.

❖ انتهت الأسئلة ❖